به نام خدا

سوالات آزمون نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	تعداد صفحه: **۱**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	ساعت شروع:
دوره دوم متوسطه – دوازدهم	تاریخ آزمون: **۱۴۰۳/۰۹/۲۳**	نام و نام خانوادگی:	مدت زمان: **۴۰ دقیقه**
آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی		**گروه آموزشی ماز**	

ردیف	سؤالات (پاسخبرگ دارد)	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. الف) اگر $n\in\mathbb{N}$ و $a\|b$، آن‌گاه $a^n\|b^n$. ب) اگر $a\overset{m}{\equiv}b$ و $b\overset{n}{\equiv}c$ و $(m,n)=d$ باشد، آن گاه $a\overset{d}{\equiv}c$.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب، کامل کنید. الف) حاصل $(۳m-۲,۲m-۱)$ برابر .... است. ب) اگر اول مهر در یک سال، روز شنبه باشد، ۲۵ اسفند در همان سال، روز .... است.	۱
۳	گزاره‌های زیر را اثبات و یا با ارائه مثال نقض، آن‌ها را رد کنید. الف) برای دو عدد صحیح a و b، اگر ab فرد باشد، آن‌گاه $a^۲+b^۲$ زوج است. ب) حاصل‌ضرب هر دو عدد گنگ، عددی گویا است.	۳
۴	اگر x و y دو عدد حقیقی مثبت باشند، ثابت کنید: $\frac{x}{y^۲}+\frac{y}{x^۲}\geq\frac{۱}{x}+\frac{۱}{y}$	۲
۵	چند نقطه با مختصات صحیح روی منحنی $y=\frac{۴x+۱}{۲x+۳}$ وجود دارد؟	۲.۲۵
۶	حاصل عبارت مقابل را به‌دست آورید. $(m\in\mathbb{Z})$ $[(m^۷,m^۲),m^۴]$	۲
۷	اگر باقی‌مانده تقسیم اعداد a و b بر ۱۷ به ترتیب برابر ۵ و ۳ باشد، در این صورت باقی‌مانده تقسیم عدد $(۲a-۵b)$ بر ۱۷ را به‌دست آورید.	۲.۵
۸	رقم یکان عدد $۷^{۲۳}+۳^{۲۵}$ را به‌دست آورید.	۲.۲۵
۹	اگر رقم یکان دو عدد $(۳a-۵)$ و $(۴a+۷)$ برابر باشند، رقم یکان عدد $(۷a+۱)$ را به‌دست آورید.	۲
۱۰	معادله سیاله $۷x+۳y=۱۱$ را حل کرده و جواب‌های عمومی آن را به‌دست آورید.	۲
	موفق باشید.	۲۰

به نام خدا

آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	تعداد صفحه: **۴**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	ساعت شروع:
نام و نام خانوادگی:	**دوره دوم متوسطه – دوازدهم**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۳/۰۹/۲۳**	مدت زمان: **۴۰ دقیقه**

ردیف	پاسخبرگ	نمره
	پاسخ‌های خود را در محل‌های تعیین شده به صورت دقیق، خوش‌خط و مرتب در این برگه وارد کنید.	
۱	الف) .... ب)	۱
۲	الف) .... ب)	۱
۳	الف) ب)	۳

به نام خدا

آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	تعداد صفحه: **۴**	رشته:	**ریاضی و فیزیک**	ساعت شروع:	
نام و نام خانوادگی:	**دوره دوم متوسطه – دوازدهم**	تاریخ آزمون:	**۱۴۰۳/۰۹/۲۳**	مدت زمان:	**۴۰ دقیقه**

ردیف	پاسخبرگ	نمره
	پاسخ‌های خود را در محل‌های تعیین شده به صورت دقیق، خوش‌خط و مرتب در این برگه وارد کنید.	
۴		۲
۵		۲.۲۵
۶		۲

شبیه‌ساز امتحانات نهایی

به نام خدا

آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	تعداد صفحه: **۴**	رشته:	**ریاضی و فیزیک**	ساعت شروع:	
نام و نام خانوادگی:	**دوره دوم متوسطه – دوازدهم**	تاریخ آزمون:	**۱۴۰۳/۰۹/۲۳**	مدت زمان:	**۴۰ دقیقه**

ردیف	پاسخبرگ	نمره
	پاسخ‌های خود را در محل‌های تعیین شده به صورت دقیق، خوش‌خط و مرتب در این برگه وارد کنید.	
۷		۲.۵
۸		۲.۲۵
۹		۲

شبیه‌ساز امتحانات نهایی

به نام خدا

آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: **ریاضیات گسسته**	تعداد صفحه: **۴**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	ساعت شروع:
نام و نام خانوادگی:	**دوره دوم متوسطه – دوازدهم**	تاریخ آزمون: **۱۴۰۳/۰۹/۲۳**	مدت زمان: **۴۰ دقیقه**

ردیف	پاسخبرگ	نمره
	پاسخ‌های خود را در محل‌های تعیین شده به صورت دقیق، خوش‌خط و مرتب در این برگه وارد کنید.	
۱۰		۲
	موفق باشید.	۲۰

دفترچه پاسخ

تسلط بر نیم‌سال اول

جمعـــه
۱۴۰۳/۰۹/۲۳

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

شبیه‌ساز امتحانات نهایی

ماز

گروه آزمایشی ریاضی و فیزیک ـ پایهٔ دوازدهم
آزمون‌های شبیه‌ساز امتحانات نهایی ماز ـ مرحله ۳

درس	مسئول درس	ویراستاری
فارسی	حسن وسکری ـ فاطمه عباسی	علیرضا جعفری
عربی، زبان قرآن	هاله کریمی ـ محمدعلی تابانفر	کیارش پورمهدی ـ مریم آقایاری
هویت اجتماعی	زهرا طلم‌خانی	سعید ستودمهر ـ عرفان شهرآئینی
حسابان	محدثه شیخعلی ـ سیدجواد نظری	حمیدرضا ولی‌پور ـ نرجس تیمناک ارسلان حسنوند
ریاضیات گسسته		

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازهٔ متن در تمامی آزمون‌های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می‌شود.

راهنمای پاسخنامه برای بچه‌های مازی!

مصحح شو:

پاسخ دقیق سؤال این‌جا میاد و اسمش روشه: «مصحح شو»، می‌خواد شما رو به یه مصحح حرفه‌ای و دقیق تبدیل کنه که بدونین موقع ارزیابی جواب‌هاتون باید حواستون به چی باشه تا توی آزمون‌های بعدی دقیق‌تر عمل کنین. اگه جواب یه سؤال رو بشه به شکل‌های مختلف بیان کرد، اون هم، این‌جا بهتون گفتیم.

بررسی دقیق‌تر:

اگه پاسخ کوتاه به سؤال کافی نباشه تا ببینین چطوری باید به جواب برسین، توی این بخش با بررسی دقیق‌ترِ جواب، سؤال رو براتون توضیح دادیم.

نقشه نهایی:

امتحان نهایی قوانین و قواعد خاص خودش رو داره؛ شما باید بدونین تیپ‌های رایج سؤال‌های امتحان نهایی چیه و باید چطوری بهش جواب بدین. این کادر، مشاورۀ حرفه‌ای ماست به شما تا فوت و فن‌های امتحان نهایی رو یاد بگیرین.

۲۰ شو:

توی «۲۰ شو»، مبحث هر سؤال رو براتون مرور یا جمع‌بندی کردیم؛ «۲۰ شو» و درسنامه‌هاش دقیقاً فاصلۀ بین نمرۀ خوب و نمرۀ ۲۰ رو براتون پر می‌کنه.

نکتۀ طلایی:

با وجود «۲۰ شو»، که کلی درسنامۀ مفصل داره، باز هم اگه نکتۀ مهم و مفیدی بود، توی این کادر براتون آوردیم.

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: **ریاضیات گسسته**		رشته: **ریاضی و فیزیک**	
دوره دوم متوسطه – دوازدهم	تاریخ آزمون: **۱۴۰۳/۰۹/۲۳**	ساعت شروع:	مدت زمان: **۴۰ دقیقه**
آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی		**گروه آموزشی ماز**	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره

۱

مصحح شوا!

الف) درست. (۰/۵)　　　ب) درست. (۰/۵)

بررسی دقیق‌تر:

الف) درست است. (مطابق با کار در کلاس ۲ صفحه ۱۲)

$$a|b \Rightarrow b = aq \Rightarrow b^n = (aq)^n \Rightarrow b^n = a^n q^n \xrightarrow{q^n = q'} b^n = a^n q' \Rightarrow a^n|b^n$$

بخش‌پذیری

عدد صحیح b را بر عدد صحیح و مخالف صفر a بخش‌پذیر گوییم هرگاه عدد صحیحی مانند q وجود داشته باشد به طوری که: $b = aq$

$a | b$ یعنی
- عدد a شمارنده عدد b است.
- عدد a، عدد b را می‌شمارد.
- b بر a بخش‌پذیر است.
- b مضرب a است.
- a، مقسوم‌علیه b است.

ویژگی‌های رابطه عاد کردن

- $a|b \rightarrow \begin{cases} a|-b \\ -a|b \\ -a|-b \end{cases}$
- $a|b \rightarrow a|mb$
- $a|b \rightarrow a|b^n : (n \in \mathbb{N})$
- $a|b \wedge b|c \rightarrow a|c$
- $a|b \wedge a|c \rightarrow a|b \pm c \xrightarrow{\text{تعمیم}} a|b \wedge a|c \rightarrow a|mb \pm nc$
- $a|b \xrightarrow{b \neq ۰} |a| \leq |b| \xrightarrow{\text{نتیجه}} a|b \wedge b|a \rightarrow a = \pm b$
- $a|b \rightarrow a^n|b^n$
- $a|b \wedge c|d \rightarrow ac|bd$
- $a|b \xrightarrow{n \leq m} a^n|b^m$

ب) درست است. (مطابق با صفحه ۲۰)

۱

$$(m,n)=d \Rightarrow \begin{cases} d|m \\ d|n \end{cases}$$

$$\left.\begin{matrix}\left.\begin{matrix} a\overset{m}{\equiv}b \Rightarrow m|a-b \\ d|m\end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{تعدی}} d|a-b \\ \\ \left.\begin{matrix} b\overset{n}{\equiv}c \Rightarrow n|b-c \\ d|n\end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{تعدی}} d|b-c \end{matrix}\right\} \xrightarrow{+} d|a-b+b-c \Rightarrow d|a-c \Rightarrow a\overset{d}{\equiv}c$$

ویژگی‌های رابطه هم‌نهشتی

- $a\overset{m}{\equiv}b \to a\pm c\overset{m}{\equiv}b\pm c$
- $a\overset{m}{\equiv}b \to ac\overset{m}{\equiv}bc$
- $a\overset{m}{\equiv}b \to a^n\overset{m}{\equiv}b^n \,;(n\in\mathbb{N})$
- $\begin{cases} a\overset{m}{\equiv}b \\ c\overset{m}{\equiv}d \end{cases} \to \begin{cases} ac\overset{m}{\equiv}bd \\ a+c\overset{m}{\equiv}b+d \\ a-c\overset{m}{\equiv}b-d \end{cases}$
- $a\overset{m}{\equiv}b \,,\, b\overset{m}{\equiv}c \to a\overset{m}{\equiv}c$
- $a\overset{m}{\equiv}b \to a\pm mt\overset{m}{\equiv}b\pm mk$
- $ac\overset{m}{\equiv}bc \xrightarrow{(c,m)=d} a\overset{\frac{m}{d}}{\equiv}b \xrightarrow{\text{نتیجه}} ac\overset{m}{\equiv}bc \xrightarrow{\text{(c,m)=۱}} a\overset{m}{\equiv}b$
- $a\overset{m}{\equiv}b \xrightarrow{n|m} a\overset{n}{\equiv}b$
- $a\overset{m}{\equiv}b \,,\, b\overset{n}{\equiv}c \xrightarrow{(m,n)=d} a\overset{d}{\equiv}c$

توجه: اگر باقی‌مانده تقسیم a بر m برابر r باشد، در این صورت داریم $a\overset{m}{\equiv}r$ به عبارت دیگر: $a=mq+r \Leftrightarrow a\overset{m}{\equiv}r$

توجه: هرگاه دو عدد a و b در تقسیم بر عدد طبیعی m، هم‌باقی‌مانده باشند، داریم: $a\overset{m}{\equiv}b$

۲

مصحح شو!

الف) ۱ (۰/۵)　　　　ب) جمعه (۰/۵)

بررسی دقیق‌تر:

الف) ۱ (مطابق با کار در کلاس ۱ صفحه ۱۳)

$$\left.\begin{array}{l} d|۳m-۲ \\ d|۲m-۱ \end{array}\right\} \Rightarrow d|۲(۳m-۲)-۳(۲m-۱) \Rightarrow d|۶m-۴-۶m+۳ \Rightarrow d|-۱ \Rightarrow d=۱$$

ب) جمعه (مطابق با فعالیت صفحه ۲۴)

از اول مهر تا ۲۵ اسفند همان سال، ۲۹ روز در مهر، ۴ ماه (آبان، آذر، دی و بهمن) و ۲۵ روز در اسفند فاصله داریم:

$$۲۹+(۴\times۳۰)+۲۵=۱۷۴$$

$$۱۷۴\overset{۷}{\equiv}۶$$

ی	د	س	چ	پ	ج	ش
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۰

طبق جدول فوق، ۲۵ اسفند همان سال، جمعه است.

۱

۳

مصحح شو!

الف) (مطابق با کار در کلاس صفحه ۵)

می‌دانیم که a و b دو عدد صحیح هستند، بنابراین برای a و b، ۴ حالت می‌توان در نظر گرفت:

۱) a و b هر دو فرد باشند.　　　　۲) a و b هر دو زوج باشند.

۳) a زوج و b فرد باشد.　　　　۴) a فرد و b زوج باشد.

از طرفی، می‌دانیم که حاصل ab، عددی فرد است و این زمانی رخ می‌دهد که a و b هر دو فرد باشند. (۰/۲۵)

$$\begin{cases} a=۲k+۱\ ;\ k\in\mathbb{Z} & (۰/۲۵) \\ b=۲k'+۱\ ;\ k'\in\mathbb{Z} & (۰/۲۵) \end{cases}$$

می‌خواهیم ثابت کنیم که $a^۲+b^۲$ زوج است، پس:

$$a^۲+b^۲=\underbrace{(۲k+۱)^۲+(۲k'+۱)^۲}_{(۰/۲۵)}=۴k^۲+۴k+۱+۴k'^۲+۴k'+۱$$

$$=\underbrace{۴k^۲+۴k'^۲+۴k+۴k'+۲}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{۲(\overbrace{۲k^۲+۲k'^۲+۲k+۲k'+۱}^{q})}_{(۰/۲۵)}=۲q \Rightarrow \underbrace{a^۲+b^۲=۲q\ ;\ q\in\mathbb{Z}}_{(۰/۲۵)}$$

بنابراین $a^۲+b^۲$ عددی زوج است. (۰/۲۵)

ب) (مطابق با کار در کلاس صفحه ۳)

مثال نقض: $x=\sqrt{۲}$ و $y=\sqrt{۳}$ دو عدد گنگ هستند (۰/۵) اما $x\times y=\sqrt{۲}\times\sqrt{۳}=\sqrt{۶}$ عددی گنگ است.(۰/۵)

۳

۴	مصحح شو! (مطابق با تمرین صفحه ۸) $\frac{x}{y^۲}+\frac{y}{x^۲}\ge\frac{۱}{x}+\frac{۱}{y}\Leftrightarrow\underbrace{\frac{x^۳+y^۳}{x^۲y^۲}\ge\frac{x+y}{xy}}_{(۰/۲۵)}\xleftrightarrow{xy>۰}\underbrace{x^۳+y^۳\ge(x+y)(xy)}_{(۰/۲۵)}$ $\Leftrightarrow\underbrace{(x+y)(x^۲-xy+y^۲)\ge(x+y)(xy)}_{(۰/۵)}\xleftrightarrow{(x+y)>۰}\underbrace{x^۲-xy+y^۲\ge xy}_{(۰/۲۵)}$ $\Leftrightarrow\underbrace{x^۲-۲xy+y^۲\ge۰}_{(۰/۲۵)}\Leftrightarrow\underbrace{(x-y)^۲\ge۰}_{(۰/۲۵)}$ (همواره برقرار است) (۰/۲۵) **اثبات به روش بازگشتی** در این روش از حکم مسئله شروع می‌کنیم و با فرض درستی حکم، به یک رابطه بدیهی یا فرض مسئله می‌رسیم. در استفاده از این روش برای ساده کردن حکم مسئله از گزاره‌های دوشرطی استفاده می‌کنیم. **توجه:** گزاره دوشرطی $A\Leftrightarrow B$ ، زمانی درست است که گزاره‌های A و B هم‌ارزش باشند.	۲
۵	مصحح شو! (مطابق با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲) $\underbrace{۲x+۳\|۴x+۱}_{(۰/۵)}\Rightarrow\underbrace{۲x+۳\|۴x+۱-۲(۲x+۳)}_{(۰/۵)}$ $\Rightarrow ۲x+۳\|۴x+۱-۴x-۶\Rightarrow\underbrace{۲x+۳\|-۵}_{(۰/۲۵)}$ $\begin{cases}۲x+۳=۱\Rightarrow x=-۱ & (۰/۲۵)\\ ۲x+۳=-۱\Rightarrow x=-۲ & (۰/۲۵)\\ ۲x+۳=۵\Rightarrow x=۱ & (۰/۲۵)\\ ۲x+۳=-۵\Rightarrow x=-۴ & (۰/۲۵)\end{cases}$ بنابراین چهار نقطه با مختصات صحیح روی منحنی این تابع وجود دارد.	۲.۲۵
۶	مصحح شو! (مطابق با تمرین ۱۶ صفحه ۱۷) $m^۷=m^۲\times m^۵\Rightarrow\underbrace{m^۲\|m^۷}_{(۰/۲۵)}\Rightarrow\underbrace{(m^۷,m^۲)=m^۲}_{(۰/۵)}$ $m^۴=m^۲\times m^۲\Rightarrow\underbrace{m^۲\|m^۴}_{(۰/۲۵)}\Rightarrow\underbrace{[m^۲,m^۴]=m^۴}_{(۰/۵)}$ $\Rightarrow[(m^۷,m^۲),m^۴]=[m^۲,m^۴]=m^۴$ (۰/۵)	۲

بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک (ب.م.م)

۱) عدد طبیعی d را ب.م.م دو عدد صحیح a و b می‌نامیم (a و b هر دو با هم صفر نیستند) و می‌نویسیم $(a,b)=d$ ، هرگاه دو شرط زیر برقرار باشند:

- $d|a\,,d|b$
- $\forall m>۰;m|a\,,m|b\to m\le d$

۲) اگر $a|b$ ، داریم: $(a,b)=|a|$

۳) اگر p عددی اول باشد و $a\in\mathbb{Z}$ و $p\nmid a$ ، داریم: $(p,a)=۱$

۴) اگر p و q هر دو اول باشند و $p\neq q$ باشد، داریم: $(p,q)=۱$

۵) هر دو عدد صحیح و متوالی نسبت به هم اول هستند، ببینید:

$$(m,m+۱)=d\to\begin{cases}d|m\\ d|m+۱\end{cases}\xrightarrow[\text{سمت راست}]{-}d|۱\to d=۱$$

۶) دو عدد صحیح و فرد متوالی نسبت به هم اول هستند، ببینید:

$$(۲n-۱,۲n+۱)=d\to\begin{cases}d|۲n-۱\\ d|۲n+۱\end{cases}\xrightarrow[\text{سمت راست}]{-}d|۲\to d=۱ \text{یا} d=۲$$

از طرفی چون $۲n+۱$ (یا $۲n-۱$) عددی فرد است و یک عدد زوج نمی‌تواند یک عدد فرد را بشمارد $۲\nmid ۲n+۱$ و $۲\nmid ۲n-۱$ ، بنابراین $d=۲$ غیرقابل قبول است.

کوچک‌ترین مضرب مشترک (ک.م.م)

۱) عدد طبیعی c را ک.م.م دو عدد صحیح و ناصفر a و b می‌نامیم و می‌نویسیم $[a,b]=c$ ، هرگاه دو شرط زیر برقرار باشند:

- $a|c\,,b|c$
- $\forall m>۰;a|m\,,b|m\to c\le m$

۲) اگر $a|b$ داریم: $[a,b]=|b|$

۷

مصحح شوا!

(مطابق با تمرین ۹ صفحه ۱۶)

$$\underbrace{a=۱۷q+۵}_{(۰/۵)}\xrightarrow{\times ۲}\underbrace{۲a=۱۷(۲q)+۱۰}_{(۰/۲۵)}$$

$$\underbrace{b=۱۷q'+۳}_{(۰/۵)}\xrightarrow{\times ۵}\underbrace{۵b=۱۷(۵q')+۱۵}_{(۰/۲۵)}$$

$$\xrightarrow{(-)}۲a-۵b=۱۷\underbrace{(۲q-۵q')}_{k}-۵\Rightarrow\underbrace{۲a-۵b=۱۷k-۵+۱۷-۱۷}_{(۰/۵)}$$

$$۲a-۵b=۱۷k-۱۷+۱۲\Rightarrow ۲a-۵b=۱۷\underbrace{(k-۱)}_{k'}+۱۲$$

$$\underbrace{۲a-۵b=۱۷k'+۱۲}_{(۰/۲۵)}$$

بنابراین باقی‌مانده تقسیم $(۲a-۵b)$ بر ۱۷، برابر ۱۲ است. $r=۱۲$ (۰/۲۵)

۲.۵

	قضیه تقسیم اگر a عددی صحیح و b عددی طبیعی باشد، در این صورت اعدادی صحیح و منحصر به فرد مانند q و r یافت می‌شوند به طوری که: $a = bq + r \; ; \; ۰ \leq r < b$	
۸	**مصحح شو!** (مطابق با مثال صفحه ۲۰) $\underbrace{۷^{۲} \overset{۱۰}{\equiv} -۱}_{(۰/۲۵)} \xrightarrow{\text{به توان ۱۱}} (۷^{۲})^{۱۱} \overset{۱۰}{\equiv} (-۱)^{۱۱} \Rightarrow \underbrace{۷^{۲۲} \overset{۱۰}{\equiv} -۱}_{(۰/۲۵)} \xrightarrow{\times ۷} \underbrace{۷^{۲۳} \overset{۱۰}{\equiv} -۷ \overset{۱۰}{\equiv} ۳}_{(۰/۲۵)}$ $\underbrace{۳^{۲} \overset{۱۰}{\equiv} -۱}_{(۰/۲۵)} \xrightarrow{\text{به توان ۱۲}} (۳^{۲})^{۱۲} \overset{۱۰}{\equiv} (-۱)^{۱۲} \Rightarrow \underbrace{۳^{۲۴} \overset{۱۰}{\equiv} ۱}_{(۰/۲۵)} \xrightarrow{\times ۳} \underbrace{۳^{۲۵} \overset{۱۰}{\equiv} ۳}_{(۰/۲۵)}$ بنابراین: $\underbrace{۷^{۲۳} + ۳^{۲۵} \overset{۱۰}{\equiv} ۶}_{(۰/۵)}$ لذا رقم یکان عدد $۷^{۲۳} + ۳^{۲۵}$ برابر ۶ است. (۰/۲۵) **نکته** اگر در سوالی درباره رقم یکان یک عدد پرسیدند کافی است که باقی‌مانده تقسیم آن عدد بر ۱۰ را به‌دست بیاوریم.	۲.۲۵
۹	**مصحح شو!** (مطابق با تمرین ۱۰ صفحه ۲۹) می‌دانیم که دو عدد $(۳a - ۵)$ و $(۴a + ۷)$ رقم یکان برابری دارند یعنی این دو عدد به پیمانه ۱۰ با یکدیگر هم‌نهشت هستند، به عبارت دیگر: $\underbrace{۳a - ۵ \overset{۱۰}{\equiv} ۴a + ۷}_{(۰/۵)} \Rightarrow ۴a - ۳a \overset{۱۰}{\equiv} -۵ - ۷ \Rightarrow \underbrace{a \overset{۱۰}{\equiv} -۱۲}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{a \overset{۱۰}{\equiv} ۸}_{(۰/۲۵)}$ $\xrightarrow{\times ۷} \underbrace{۷a \overset{۱۰}{\equiv} ۵۶}_{(۰/۲۵)} \xrightarrow{+۱} \underbrace{۷a + ۱ \overset{۱۰}{\equiv} ۵۷ \overset{۱۰}{\equiv} ۷}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{۷a + ۱ \overset{۱۰}{\equiv} ۷}_{(۰/۲۵)}$ پس رقم یکان عدد $(۷a + ۱)$، عدد ۷ است. (۰/۲۵)	۲
۱۰	**مصحح شو!** (مطابق با کار در کلاس صفحه ۲۷) **روش اول:** ابتدا شرط وجود جواب را بررسی می‌کنیم: $(۷, ۳) \mid ۱۱ \Rightarrow ۱ \mid ۱۱$ $۷x + ۳y = ۱۱ \Rightarrow \underbrace{۷x \overset{۳}{\equiv} ۱۱}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{x \overset{۳}{\equiv} ۲}_{(۰/۵)} \Rightarrow \underbrace{x = ۳k + ۲ ; k \in \mathbb{Z}}_{(۰/۵)}$	۲

حال $x=۳k+۲$ را در معادله سیاله قرار می‌دهیم:

$$\underbrace{۷(۳k+۲)+۳y=۱۱}_{(۰/۲۵)}\Rightarrow ۲۱k+۱۴+۳y=۱۱\Rightarrow ۲۱k+۳y=-۳$$

$$\xrightarrow{\div ۳} ۷k+y=-۱\Rightarrow \underbrace{y=-۷k-۱\ ;\ k\in\mathbb{Z}}_{(۰/۵)}$$

روش دوم:

$$۷x+۳y=۱۱\Rightarrow \underbrace{۳y\overset{۷}{\equiv}۱۱}_{(۰/۲۵)}\Rightarrow \underbrace{y\overset{۷}{\equiv}۶}_{(۰/۵)}\Rightarrow \underbrace{y=۷k+۶\ ;\ k\in\mathbb{Z}}_{(۰/۵)}$$

حال $y=۷k+۶$ را در معادله سیاله قرار می‌دهیم:

$$\underbrace{۷x+۳(۷k+۶)=۱۱}_{(۰/۲۵)}\Rightarrow ۷x+۲۱k+۱۸=۱۱\Rightarrow ۷x+۲۱k=-۷$$

$$\xrightarrow{\div ۷} x+۳k=-۱\Rightarrow \underbrace{x=-۳k-۱\ ;\ k\in\mathbb{Z}}_{(۰/۵)}$$

معادله هم‌نهشتی

یک رابطه هم‌نهشتی به همراه مجهولی مانند x به فرم $ax\overset{m}{\equiv}b$ را یک معادله هم‌نهشتی می‌گوییم و منظور از حل معادله هم‌نهشتی، پیدا کردن همه جواب‌هایی چون $x\in\mathbb{Z}$ است که در این معادله صدق می‌کند.

قضیه: معادله هم‌نهشتی $ax\overset{m}{\equiv}b$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a,m)|b$.

نتیجه قضیه: در معادله هم‌نهشتی $ax\overset{m}{\equiv}b$، اگر $(a,m)=۱$ باشد، معادله همواره دارای جواب است.

توجه: اگر در معادله هم‌نهشتی ضریب x عددی غیر از یک باشد برای رسیدن به جواب‌های عمومی معادله، ابتدا باید به کمک ویژگی‌های هم‌نهشتی ضریب x را حذف کنیم.

معادله سیاله

به معادله $ax+by=c\ ;\ (a,b,c\in\mathbb{Z})$ معادله سیاله درجه اول (خطی) می‌گوییم هرگاه جواب‌های این معادله (یعنی x و y) در اعداد صحیح باشند.

توجه: شرط لازم و کافی برای اینکه معادله سیاله $ax+by=c$ جواب داشته باشد این است که: $(a,b)|c$

مثال: آیا معادله سیاله $۴x+۶y=۹$ جواب صحیح دارد؟ دلیل بیاورید.

خیر. زیرا $(۴,۶)=۲$, $۲\nmid ۹$.

حل معادله سیاله با تبدیل آن به معادله هم‌نهشتی

ابتدا معادله سیاله را به یکی از دو صورت زیر تبدیل به معادله هم‌نهشتی می‌کنیم:

$$ax+by=c\rightarrow\begin{cases}ax\overset{|b|}{\equiv}c\\ by\overset{|a|}{\equiv}c\end{cases}$$

سپس معادله هم‌نهشتی موردنظر را حل کرده و جواب به‌دست آمده را در معادله سیاله قرار داده و با حل آن جواب دیگر را به‌دست می‌آوریم.